

به نام خدا



مرکز ملی پرورش استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان
دبیرستان استعدادهای درخشان شهید اژه ای یک اصفهان (دوره اول)
دبیرستان استعدادهای درخشان فرزندگان امین دو اصفهان (دوره اول)

هفدهمین کارسوق بزرگ ریاضیات (دوره مهرگان)

آزمون ورودی مرحله اول

جمعه ۱۹ آذرماه ۱۳۹۵

۸ الی ۱۰:۳۰ صبح

سلام! لطفاً خیلی دقت کنید ببینید چی میگم!
یه دور همه ی سوال ها رو تا آخر بخونید، یه نفس عمیق بکشید و بعد شروع
کنید به جواب دادن سوال ها! ممکنه همون اول کار جواب سوالا به ذهنتون
نیاد! پس ناامید نباشید! بیشتر فکر کنید.

حتماً حتماً نام و نام خانوادگی، نام مرکز و پایه تحصیلی خودتون را با
خط خوانا بالای پاسخنامه بنویسید وگرنه صحیح نمی کنیم!

مدت آزمون ۲ ساعت و ۳۰ دقیقه است.

جواب نهایی تون رو در کادر مشخص شده برای هر سوال به صورت خوانا
بنویسید. در هر کادر فقط جواب یه سوال پذیرفته است.
دقت کنید که امتیاز سوالات متفاوت و برابر عدد کنار اسم هر سواله.

هرگونه وسیله ی الکترونیکی و کتاب و برگه اضافی در طول آزمون ممنوع!

همین دیگه ، بزن بریم...
راستی! موفق باشید

۱. باغ سلطنتی ۲۰

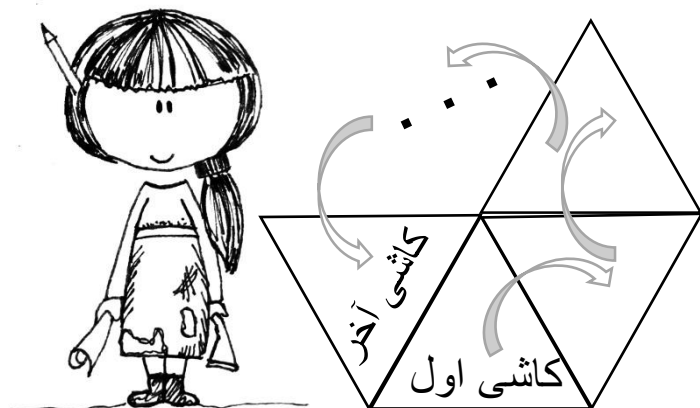
اعلی حضرت ایولاد، به تازگی پادشاه قلمرو قوسراک شده است. او می خواهد کف باغ سلطنتی خود را با کاشی هایی به شکل مثلث متساوی الاضلاع تزیین کند و برای این کار از بهار، معمار سرشناس سرزمین قوسراک، کمک خواسته است.

بهار برای این کار ابتدا مکانی از باغ را انتخاب نمود و کاشی ای در آن قرار داد. او کاشی بعد را در مجاورت یکی از اضلاع کاشی اول به صورتی قرار داد که کاشی جدید، قرینه ی کاشی قبل نسبت به یکی از اضلاعش باشد. او این عمل را آنقدر تکرار کرد تا در نهایت، آخرین کاشی ای که گذاشت مجاور کاشی اول قرار گرفت.

(شکل ۱)

کدام یک از اعداد زیر می توانند تعداد کاشی های مورد استفاده باشند؟

1395 , 2016 , 1373 , 1944 , 1205 , 1375
 , 1998 , 9001 , 7002 , 3102



(شکل ۱)

پروفسور نیوشا، خفن ترین شهروند قوسراکی، برای تعطیلات سال نو به آینده سفر کرده است. او در آنجا با دستگاه جالبی آشنا شد. این دستگاه که آیندگان آن را شمارنده دیجیتالی می نامند اعداد ۰ تا ۹ را به صورت شکل (۱-۲) نمایش داده و می شمرد. او که از این شمارنده بسیار خوشش آمده بود، یکی از ۴ رقمی های آن را به صورت مخفیانه برداشت تا آن را به اعلی حضرت ایولاد تقدیم کند. ولی در راه برگشت، فروشنده متوجه عمل زشت او شد و او را تا ماشین زمانش تعقیب نمود. نیوشا همین که خواست سوار ماشینش شود، متوجه وجود فروشنده شد و بین آنها درگیری ای به وجود آمد. نهایتاً نیوشا توانست فروشنده را بین زمین و زمان از ماشین بیرون اندازد و به زمان خود بازگردد. ولی متأسفانه اتفاقی برای شمارنده دیجیتالی او افتاد. شمارنده دیجیتالی او اعداد را برعکس نشان میداد و او علی رغم تلاش زیادش به هیچ وجه نتوانست آن را تعمیر کند و به همان صورت آن را پیش پادشاه برد. اعلی حضرت ایولاد نیز، از این وسیله بسیار خوشش آمد و به خاطر خراب بودن آن بسیار عصبانی شد. نیوشا جهت آرام کردن وی به او گفت که بعضی از اعداد حتی به صورت برعکس هم معنی دار هستند. (مطابق شکل ۲-۲) پادشاه جهت تنبیه نیوشا، از او خواست که ۱۳۹۵مین عدد معنی داری که نمایشگر نشان میدهد را به او بگوید، و گرنه سر او را خواهد برید. از آنجایی که نیوشا قرار است برای تعطیلات تابستانی قوسراکی به آینده بیاید و برای جمعی از شما، کلاس برگزار کند، به او کمک کنید که زنده بماند تا بتواند این کلاس را برای شما برگزار کند! (شمارنده از ۰۰۰۰ می شمرد که خود اولین عدد معنی دار است).



1234
6789

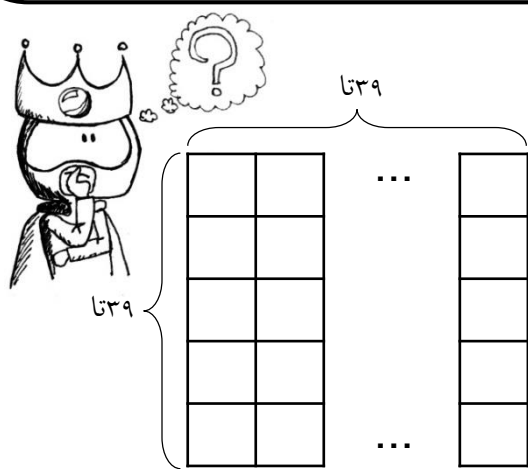
شکل ۱-۲

عددی که ما بر روی نمایشگر می بینیم	عددی که نمایشگر باید نشان دهد	
2000	0002	معنی دار است
9061	1906	معنی دار است
3748	8743	معنی دار نیست

(شکل ۲-۲)

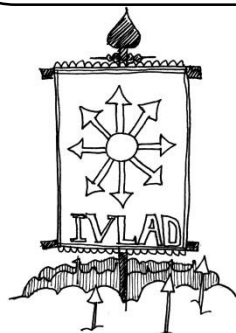
۳. کتابخانه سلطنتی ۱۰

بهار برای تبریک به اعلی حضرت ایولاد، کتابخانه ای مربعی شکل شامل ۳۹ در ۳۹ قفسه، به ایشان هدیه داد. پادشاه می خواهد کتابهای خود را در این کتابخانه بچیند. نحوه ی چینش او به این صورت است که هر بار ۵ تا از قفسه های کتابخانه را انتخاب کرده و در هر کدام یک کتاب قرار می دهد. با تکرار چند بار این عمل، او می تواند به وضعیتی برسد که همه ی قفسه های کتابخانه، هر کدام ۹ کتاب داشته باشند؟ (اگر این عمل امکان پذیر نیست، جواب ۰ را در پاسخنامه بنویسید.)



۴. جنگ های ایولادی ۱۵

پس از سالها پادشاهی ایولاد، بهار و نیوشا دست راست و چپ پادشاه شدند و همراه با پادشاه در جنگ های زیادی شرکت کردند. هر کدام از آنها (اعلی حضرت، بهار و نیوشا) در ۶۰ جنگ شرکت کرده اند و جمیعا تعداد جنگ های قلمرو ۱۰۰ تا بوده است. یک جنگ را «خلوت» می نامیم اگر فقط یکی از آنها در آن شرکت کرده باشد و جنگ «شلوغ» جنگی است که هر ۳ نفر آنها در آن شرکت کرده باشند. اختلاف تعداد جنگ های شلوغ و خلوت چه اعدادی می تواند باشد؟ (حداکثر ۳ عدد در جواب بنویسید.)



۵. مرگ یا زندگی؟ مسئله این است...

۳۰

پس از آخرین جنگ ایولادی، جاسوسانی برای پادشاه خبر آوردند که بهار و نیوشا در حال خیانت به قلمرو هستند. اعلیٰ حضرت که بسیار عصبانی شده بود در ابتدا خواست که هر دوی آنان را سر ببرد، ولی بعد از اینکه آرام شد با خود فکر کرد که برای امور قلمرو به فکر حداقل یکی از آنها نیاز دارد و مسلمان فکر کسی که باهوش تر باشد. به همین دلیل یک بازی مرگبار ترتیب داد و آنها را احضار کرد و آنها را مجبور به بازی کرد.

بازی به این صورت بود که او در کف باغ خود یک جدول $m \times n$ کشید و در یکی از خانه های آن، یک جلاد با یک تبر قرار داد. روش بازی این است که در هر نوبت، بهار یا نیوشا باید یک خط افقی یا عمودی انتخاب کنند، در این صورت قسمتی از جدول که در یک طرف خط وجود دارد و جلاد در آن هست، جدول جدید بازی خواهد بود. این عمل تا جایی ادامه پیدا می کند که یکی از آنها دیگر نتواند جدول جدیدی بسازد که این به این معنا است که فقط خانه ی جلاد باقی مانده باشد. در این صورت جلاد سر این فرد را خواهد برید.

به نظر شما، با چه ترفندی می توان برنده ی این بازی بود و از مرگ فرار کرد؟

